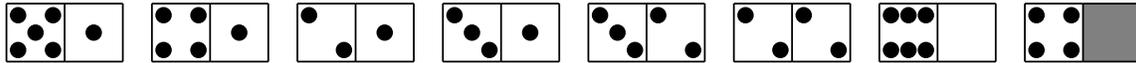


## PRIMER PRETORNEO 2019 JUVENIL

1. Se tienen ocho fichas de dominó, pero una de ellas tiene una mitad arruinada y no se lee el número. Las ocho fichas son



Determinar cuál es el número de la última ficha, que no se puede leer, y colocar las ocho fichas sobre un tablero de  $4 \times 4$  de modo que cada ficha ocupe exactamente dos casillas y la suma de los 4 números en cada fila y en cada columna sea el mismo.

4 PUNTOS

2. Un tablero de  $7 \times 14$  se divide, siguiendo líneas de la cuadrícula, en cuadrados de  $2 \times 2$  y esquinas de 3 casillas cada una.

a) Determinar si es posible que haya el mismo número de cuadrados que de esquinas.

2 PUNTOS

b) Determinar si es posible que haya más cuadrados que esquinas.

3 PUNTOS

3. Sea  $ABC$  un triángulo isósceles con  $AB = BC$ . Se consideran los puntos  $K$  en  $AB$  y  $L$  en  $BC$  tales que  $AK = KL = LB$  y  $KB = AC$ . Calcular las medidas de los ángulos del triángulo  $ABC$ .

5 PUNTOS

4. Facu tiene 5 monedas del mismo aspecto pero colores distintos, tres de ellas son auténticas y de igual peso, y las dos restantes son falsas: una pesa más que las auténticas y la otra pesa menos que las auténticas. En ambos casos, la diferencia de peso entre la auténtica y la falsa es el mismo. Facu le pide a un experto que efectúe tres pesadas, a elección de Facu, en una balanza de dos platos. A continuación el experto le informa a Facu los resultados. Explicar cómo puede elegir Facu las pesadas de modo que él pueda determinar con certeza las dos monedas falsas y cuál es más pesada y cuál más liviana que una auténtica.

6 PUNTOS

## **INFORMACIÓN GENERAL**

**0.** ESTA PRUEBA ES LA PRIMERA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 41° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2019 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2020.

**1.** EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2019, INCLUSIVE.

EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2019, INCLUSIVE.

**2.**LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.

**3.**LA PRUEBA DURA 3 HORAS.

**4.** NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.

**5.** AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.

**6.** PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**7.** PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**8.** LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 41° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SE REALIZARÁ EL 3 DE JUNIO.

**PRIMER PRETORNEO 2019  
MAYOR**

1. Determinar todos los números enteros positivos  $n$  para los que es posible dividir al conjunto de  $2n$  números  $1, 2, \dots, 2n$  en  $n$  parejas tales que si en cada pareja se efectúa la suma de los dos números y luego se multiplican las  $n$  sumas, el resultado es un cuadrado perfecto.

4 PUNTOS

2. Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo en  $B$ . Una circunferencia que pasa por  $B$  y por el punto medio de la hipotenusa  $AC$  corta a los otros dos lados en  $M$  y  $N$ . Si  $AC = 2MN$ , demostrar que  $M$  y  $N$  son los puntos medios de los lados.

5 PUNTOS

3. Facu tiene 5 monedas del mismo aspecto pero colores distintos, tres de ellas son auténticas y de igual peso, y las dos restantes son falsas: una pesa más que las auténticas y la otra pesa menos que las auténticas. En ambos casos, la diferencia de peso entre la auténtica y la falsa es el mismo. Facu le pide a un experto que efectúe tres pesadas, a elección de Facu, en una balanza de dos platos. A continuación el experto le informa a Facu los resultados. Explicar cómo puede elegir Facu las pesadas de modo que él pueda determinar con certeza las dos monedas falsas y cuál es más pesada y cuál más liviana que una auténtica.

5 PUNTOS

4. Un número entero de 9 dígitos se dice *hermoso* si todos sus dígitos son distintos. Demostrar que hay al menos 1000 números hermosos que son múltiplos de 37.

6 PUNTOS

## **INFORMACIÓN GENERAL**

**0.** ESTA PRUEBA ES LA PRIMERA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 41° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2019 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2020.

**1.** EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2019, INCLUSIVE.

EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2019, INCLUSIVE.

**2.**LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.

**3.**LA PRUEBA DURA 3 HORAS.

**4.** NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.

**5.** AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.

**6.** PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**7.** PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**8.** LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 41° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SE REALIZARÁ EL 3 DE JUNIO.

**9.** LA LISTA DE ALUMNOS CLASIFICADOS PARA EL 41° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SERÁ COMUNICADA A LAS SECRETARÍAS REGIONALES EL 30 DE SEPTIEMBRE.